Практичні завдання до екзамену з дисципліни «Вища метаматика»

1. Визначити, при яких значеннях α і β вектори $\vec{a}=(-2;3;\beta)$; $\vec{b}=(\alpha;-6;2)$ колінеарні

2. Нехай фірма випускає два види товарів в обсязі х і у, на які встановлено ціни за одиницю товару $Px=24$, $Py=30$ відповідно, $C(x;y)=x^2+xy+y^2$ - функція витрат фірми. Знайти її максимальний прибуток.

3. Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Крамера $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3=3 \\ 2x_1+3x_2-x_3=13 \\ 3x_1-x_2-2x_3=8 \end{cases}$

4. Витрати фірми на ресурси, які використовуються для виготовлення одиниці продукції, задано в таблиці

Ресурси (x_i)	Кількість	Ціна
Сировина І-го виду (x_1)	200 кг	3 грн. / кг
Сировина І-го виду (x_2)	500 м^2	5 грн. / м^2
Витрати праці (x_3)	0,65 людино-год.	10 грн. /людино-год.
Обладнання (x_4)	0,7 машино-год.	15 грн. / машино-год.

Визначити ціну усіх ресурсів, що використовуються фірмою для виготовлення одиниці продукції

5.Розв'язати систему рівнянь методом Гауса $\begin{cases} x_1-2x_2+4x_3=3 \\ 2x_1-4x_2+3x_3=1 \\ 3x_1-x_2+5x_3=2 \end{cases}$

6. Визначити граничний доход від виробництва 300 од. продукції, якщо обсяг продукції обчислюється за формулою $x=1000-100p$, де p – ціна одиниці продукції. ($p=10-0{,}01x$)

7. Знайти відстань між паралельними прямими $x-2y+6=0$ та $2x-4y+7=0$

8.Мале підприємство одержало 20 комп'ютерів, з яких 5 бракованих. Навмання для перевірки взяли 3 комп'ютери. Яка ймовірність того, що серед взятих приймачів будуть: а) тільки стандартні;

б) тільки браковані;

в) 1 бракований та 2 стандартних

9. Скласти рівняння кола, яке проходить через точки А(8;5) і В(-1;-4) і має центр на осі абсцис.

10. Вкладник поклав в банк 10000 грн. під 18 % річних. Яку суму він отримає через 2 роки та 6 міс., якщо розрахунки вести за формулою простих та складних відсотків.

11. Визначити, при яких значеннях α і β вектори $\vec{a}=(-2;3;\beta)$; $\vec{b}=(\alpha;-6;2)$ колінеарні

12. Продуктивність праці протягом робочого дня описується функцією $f(t) = -t^2 + 8t + 3$. Обчислити обсяг продукції, випущеної протягом робочого дня ($0 \le t \le 8$)

13. При якому значенні коефіцієнта K пряма $y = Kx + 9$ проходить через точку перетину прямих $\begin{cases} x - y + 5 = 0 \\ x + 2y + 2 = 0 \end{cases}$

14. Для заданої вибірки із генеральної сукупності скласти розподіли частот та частостей: а) 2;2;8;5; 4;2;5; 4;2;8;8;2; 4;8; 2;2;8; 2;2;2

15. Обчислити інтеграли, використовуючи відповідні заміни

$\int 2^{-x^2} x dx$ $\int \sin^3 x \cos x dx$

16. Задано граничний прибуток фірми $P'(x) = 23{,}5 - 0{,}01x$. Визначити зростання прибутку, якщо реалізація продукції збільшується з 2000 до 2500 од.

17. Трикутник задано вершинами A(-1;7), B(5;3), C(-2;-16).

Визначити: а) рівняння сторін AB

б) рівняння середньої лінії MN, яка паралельна стороні AB

в) рівняння висоти, опущеної з вершини C.

18. Задано залежність попиту q і пропорції S від ціни P. $q = 400 - 5p$, $S = 100 + 5p$. Знайти рівноважну ціну та його доход за рівноважної ціни.

19. Розв'язати систему рівнянь за правилом Крамера $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases}$

20.Мале підприємство одержало 20 комп'ютерів, з яких 5 бракованих. Навмання для перевірки взяли 3 комп'ютери. Яка ймовірність того, що серед взятих приймачів будуть: а) тільки стандартні; б) тільки браковані; в) 1 бракований та 2 стандартних

21. Через задану т. M(-1;3) проведено пряму перпендикулярну та паралельну заданій прямій $3x - 2y + 5 = 0$. Записати рівняння цих прямих.

22. Підприємство виробляє x виробів, роздрібна вартість кожного з них – p, причому $p = 80 - 0{,}1x$, а функція витрат $C(x) = 5000 + 20x$ (у гривнях). Знайти маргінальний прибуток, якщо виготовлено та продано 150 і 400 виробів.

23. Дано точки A(-1;5;-10), B(5;-7;8), C(2;2;-7), D(5;-4;2). Перевірити, чи колінеарні вектори $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{CD}$

24. Для функції витрат підприємства $C(x)=0{,}001x^3-0{,}3x^2+40x+100$ (у гривнях) знайти граничну вартість випуску $x_1=50;\ x_2=100;\ x_3=150$ одиниць продукції

25. Розв'язати диференціальне рівняння $y''-6y'+5y=0$

26. Задано функції попиту $q=q(p)$ і пропорції $S=s(p),\ q=1400-5p$, $S=1100+5p$.

Визначити: а) рівноважну ціну;

б) еластичність попиту та пропозиції за рівноважної ціни;

в) доход за рівноважної ціни

27. Трикутник задано вершинами А(-1;7), В(5;3), С(-2;-16). Визначити: а) рівняння сторін АВ, б) рівняння середньої лінії MN, яка паралельна стороні АВ, в) рівняння висоти, опущеної з вершини С.

28. Задано залежність попиту q і пропорції S від ціни P. $q=400-5p$, $S=100+5p$. Знайти рівноважну ціну та його доход за рівноважної ціни.

29. Дано вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, які утворюють кут 60°. Знайти довжину вектора $\vec{c}=3\vec{a}+2\vec{b}$, якщо $\left|\vec{a}\right|=3;\ \left|\vec{b}\right|=4$

30. Нехай фірма випускає два види товарів в обсязі х і у, на які встановлено ціни за одиницю товару $Px=24,\ Py=30$ відповідно, $C(x;y)=x^2+xy+y^2$ - функція витрат фірми. Знайти її максимальний прибуток.

31. Знайти похідні функцій $y=\sin x\cdot\ln(x^2+3x);\ y=x^x$

32. Знайти швидкість зміни частини валового продукту держави, що припадає на кожного громадянина, якщо ВВП=100+t, а кількість населення змінюється за законом к=120+2t

33. Визначити, при яких значеннях α і β вектори $\vec{a}=(-2;3;\beta);\ \vec{b}=(\alpha;-6;2)$ колінеарні

34. Задано залежність попиту $q=q(p)$ і пропорції $S=s(p)$ від ціни P. $q=800-10p,\ S=200+10p$. Знайти рівноважну ціну та його доход за рівноважної ціни. Побудувати графік доходу функції.

35. Дослідити функцію на монотонність та екстремум $y=x^2\cdot e^x$

36. Вкладник поклав в банк 20000 грн. під 15 % річних. Яку суму він отримає через 2 роки та 6 міс., якщо розрахунки вести за формулою простих та складних відсотків.

37. Знайти і графічно зобразити область визначення функції $Z=\sqrt{x^2-y}$; $Z=\ln(25-x^2-y^2)$

38. Задано граничний прибуток фірми $P'(x) = 23{,}5 - 0{,}01x$. Визначити зростання прибутку, якщо реалізація продукції збільшується з 1000 до 1500 од.

39. Знайти косинус кута між векторами $\overrightarrow{AB}$ та $\overrightarrow{CD}$, якщо A(3;1); B(7;4); C(3;2); D(6;6)

40. Вкладник поклав в банк 20000 грн. під 15 % річних. Яку суму він отримає через 2 роки та 6 міс., якщо розрахунки вести за формулою простих та складних відсотків.

41 Обчислити площу фігури, обмежену лініями $y = 6x - x^2$ та $y = x$

42. За даними чистими інвестиціями $I(f) = 50000t$ обчислити приріст капіталу з першого по третій рік і визначити, за скільки років приріст капіталу становитиме 25 000 000 умов. грош. од.

43. Для даних функцій а) $\begin{cases} x = \ln t \\ y = \sin^2 t \end{cases}$ б) $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$. Знайти похідні y'_x

44. Вкладник поклав в банк 10000 грн. під 18 % річних. Яку суму він отримає через 2 роки та 6 міс., якщо розрахунки вести за формулою простих та складних відсотків.